

Sviluppare la competenza matematica

Laura Montagnoli,
Università Cattolica del Sacro Cuore, Milano
laura.montagnoli@unicatt.it

Incontro 1/4 - 10 ottobre
2019

Quattro incontri

1. I problemi e la loro risoluzione
2. Apprendere la matematica attraverso la reinvenzione
3. Il gioco per l'apprendimento dell'aritmetica e della statistica
4. Il gioco per l'apprendimento della geometria

I problemi e la loro risoluzione

1. La competenza matematica
2. Le definizioni di “problema”
3. La scelta di un problema
4. La risoluzione di un problema

1. La competenza matematica

Che cos'è la matematica?

Invenzione

Scoperta

Speculazione

Modellizzazione

- Il cuore dell'insegnamento-apprendimento della matematica è la risoluzione di problemi
- Matematica come scoperta: risoluzione di problemi posti dal reale
- Matematica come invenzione: risoluzione di problemi teorici
- In ogni caso sono coinvolte molte competenze: quali?

- Dopo essere tornati, velocemente sul concetto di competenza, proviamo a “catalogare” le competenze emerse dal sondaggio rispetto a tre pilastri della competenza matematica:

Conoscere

Risolvere

Argomentare

Competenza. Mettere in atto tutte le proprie risorse (quali fonti?) e utilizzare le risorse esterne per far fronte a un compito (cfr. Pellerrey, 2004)

Competenza matematica. Operare valutazioni fondate, utilizzare la matematica da cittadino che riflette, che si impegna a esercitare un ruolo costruttivo (cfr. OCSE PISA)

- Per le IINN i tre pilastri della competenza matematica sono:

Conoscere

Risolvere

Argomentare

Conoscere

- Decifrare il linguaggio e utilizzarlo
- Utilizzare simboli e di diverse rappresentazioni di numeri, oggetti geometrici e in generale enti della matematica
- Utilizzare procedure già note anche in contesti diversi da quelli in cui si è già operato

Argomentare

- Esprimere una serie di fatti logicamente concatenati a partire da conoscenze note, che motivi o giustifichi una affermazione (capacità che completa quella di “problem solving” e che spesso ne è parte)

Risolvere

- ?

- ?

- ?

- ?

- ?

Risolvere

- Decodificare le informazioni
- Appropriarsi della situazione, organizzando le informazioni
- Elaborare una strategia operativa
- Mettere in atto la strategia
- Controllare la coerenza e la correttezza del prodotto ottenuto

2. Le definizioni di “problema”

- Che cos'è un problema, secondo i nostri alunni?

- Come definiamo, come docenti, un problema?

- Il dizionario: “Quesito che richiede la determinazione o la costruzione di uno o più enti (numeri, funzioni, figure geometriche, insiemi, ecc.) che soddisfino alle condizioni specificate nell’enunciato del problema” (Treccani)

- Altre definizioni?

“Quando una persona si trova di fronte ad una situazione e il bagaglio delle risposte intuitive o abituali non gli permette di venirne a capo, tale situazione è un problema” (George Glaeser)

“Risolvere problemi significa trovare una strada per uscire da una difficoltà, una strada per aggirare un ostacolo, per raggiungere uno scopo che non sia immediatamente raggiungibile” (George Polya)

- Caratteristica essenziale del problema:
- una meta da raggiungere attraverso un terreno inesplorato
- Significa: non immediatezza
- La definizione di problema non è oggettiva, non è assoluta

3. La scelta di un problema

Distinzione esercizio/problema:

- esercizio: applicativo, algoritmo, “banale”
- problema: autentico e significativo (IINN)

Esercizio

Problema

Di immediata risoluzione

Richiede ragionamento

Sfrutta procedure note

Richiede idee nuove

Non richiede uno sforzo creativo

Necessità di creatività

Spesso avulso dall'esperienza concreta

Spesso agganciato al vissuto

- Quali sono i problemi matematicamente e didatticamente significativi?
- Analizziamo alcune proposte

I 18 allievi di seconda vogliono fare una gita di un giorno da Bologna a Verona. Devono tener conto dei seguenti dati:

- due di essi non possono pagare;
- da Bologna a Verona ci sono 120 km.

Un pullman da 20 posti costa 200.000 lire al giorno più 500 lire al chilometro (compresi i pedaggi autostradali).

Quanto verrà a spendere ciascuno?

(D'Amore)

Quindici amici si dividono 5 kg di biscotti.

Quanti ne spettano a ciascun amico?

(D'Amore)

Un blocchetto da 800 fogli è alto 10 cm. Qual è lo spessore di ogni foglio?

(INVALSI)



Luigi ha la barretta di cioccolato che vedi rappresentata.

Vuole dividerla in parti uguali per i suoi 3 amici.

Quanti tagli deve fare (al minimo)?

(Marazzani, D'Amore)

Un quadrilatero ha due lati lunghi 10 cm e due lati lunghi 7 cm. Di quale quadrilatero di tratta?

Carlo va in cartoleria e osserva i prezzi di ciò che gli interessa: i quaderni costano 2 euro ognuno, le matite 1 euro ognuna, le penne 3 euro ognuna. Carlo spende tutto quel che ha, cioè 10 euro. Che cosa ha acquistato?

Una nave si trova in mare, è partita da Venezia carica di 200 barili, si dirige verso Genova, l'albero maestro è rotto, i passeggeri sono 12, il vento soffia in direzione Nord-Nord-Est, l'orologio segna le 3 del pomeriggio, è maggio. Trova l'età del capitano della nave.

Con opzioni di risposta:

Stefano ha 3 caramelle e Francesca ha 5 caramelle. Quante caramelle hanno Stefano e Francesca in tutto?

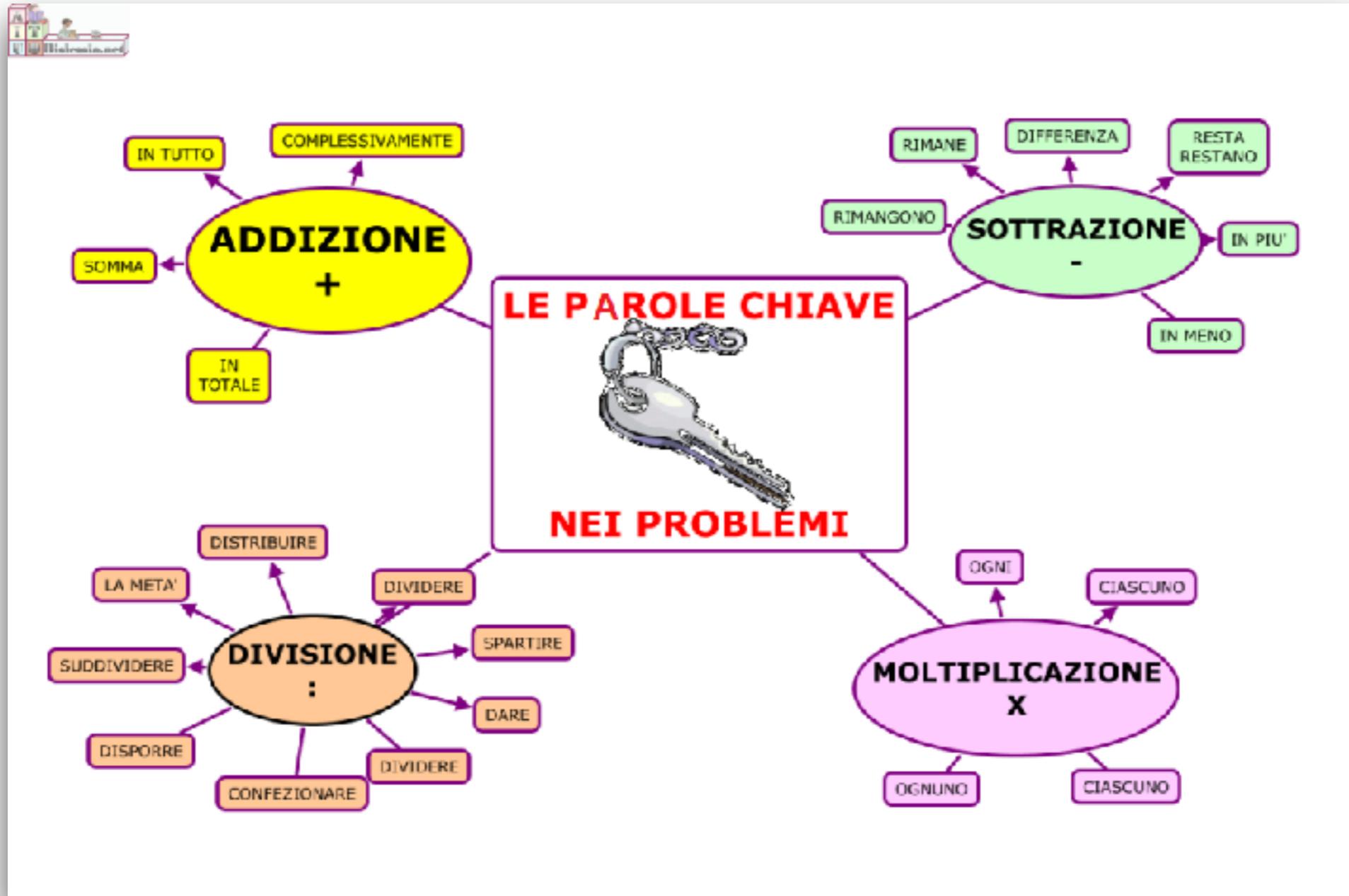
- 8 caramelle
- 0 caramelle
- 314 caramelle

Un castoro ha bisogno di alcuni ramoscelli da aggiungere ai suoi 10 per costruire la sua tana.

In tutto gliene servono 20.

Quanti ne deve trovare?

Attenzione, pericolo!



Ho svolto tre verifiche di matematica e ho preso: 6, 7 e 8. La mia media è quindi 7. Se nella prossima verifica prendo 9, qual è la mia nuova media?

Giovanna e Paola vanno a fare la spesa;

Giovanna spende 10.000 lire e Paola spende 20.000 lire.

Alla fine chi ha più soldi nel borsellino? Giovanna o Paola?

(D'Amore)

Oggi è il penultimo giorno del mese di maggio ed è sabato.

In che data sarà di nuovo un sabato?

In che data cadrà il prossimo mercoledì?

Riassumendo, dal punto di vista **matematico**:

- Porre l'attenzione sui significati (della situazione, della richiesta, delle operazioni svolte)
- Concentrare l'attenzione anche sulla procedura risolutiva, non solamente sul calcolo
- Scegliere anche problemi con “non unicità di soluzione”
- Scegliere anche problemi con “non esistenza di soluzione”

Riassumendo, dal punto di vista **didattico**:

- il pericolo delle “parole-chiave”;
- non eliminare a priori la possibilità di errore;
- proporre problemi che siano stimolo per la riflessione;
- attenzione all’“esigenza della giustificazione formale” (non chiedere sempre calcoli);
- attenzione alla corretta decodifica del testo;
- “obbligare”, abituare, a leggere con attenzione;
- sfruttare anche stimoli diversi da quello testuale.

4. La risoluzione di un problema

Come aiutare a risolvere problemi?

Data la definizione di problema, non esiste una procedura da insegnare.

Un possibile modello teorico (rielaborazione da OCSE-PISA)



Applichiamo il modello all'esempio:

Un bus dell'esercito trasporta 36 soldati. Se 1128 soldati devono essere trasportati in bus al campo d'addestramento, quanti bus devono essere usati?

(Schoenfeld)

Indicazioni operative

Elementi irrinunciabili:

- lettura e analisi della situazione
- stesura dei dati
- formulazione della procedura risolutiva
- stesura della procedura risolutiva
- controllo (come ritorno al testo)

- Uno schema rigido per annotare i dati può essere controproducente
- Un'unica modalità di proposizione del problema e un unico approccio al problema (quello del calcolo) danno una percezione unidirezionale di problema
- Reperire “bei problemi” dagli archivi “gusti”: INVALSI, giochi matematici (Rally, Bocconi Olimpiadi internazionali, Kangourou)
- Utilizzarle come lancio di un tema non solo come “controllo”

Bibliografia

B. D'Amore, F. Frabboni, Didattica generale e Didattica disciplinare. La matematica, Mondadori 2005

B. D'Amore, I. Marazzani, Problemi e laboratori. Metodologie per l'apprendimento della matematica, Pitagora, 2011

INVALSI, Quadro di riferimento Matematica, https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/file/QdR_2017_def.pdf

E. Marchisoni, L. Montagnoli, Fare matematica con gli EAS, Morcelliana, Brescia 2018

MIUR, Indicazioni Nazionali per il curriculum della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione, 2012

OCSE PISA, Mathematical Literacy, <https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/Draft%20PISA%202015%20Mathematics%20Framework%20.pdf>

OCSE PISA, Quadro di riferimento 2006, https://www.invalsi.it/ric-int/Pisa2006/sito/docs/Quadro_riferimento_PISA2006.pdf

M. Pelleroy, Le competenze individuali e il portfolio, La Nuova Italia, Firenze 2004

G. Polya, Come risolvere i problemi di matematica, Feltrinelli, 1945

R. Zan, Problemi e convinzioni, Pitagora Editrice Bologna, 1998.

<http://www.treccani.it/vocabolario/problema/>

Lavoro di gruppo

Possibilmente gruppi omogenei per classe alunni

- ❖ Riconoscere gli “esercizi” e i “problemi”, indicando la classe che potrebbe affrontarli
- ❖ Scegliere un esercizio e trasformarlo in un problema
- ❖ Spiegare come avete scelto di effettuare la trasformazione (su quali aspetti avete puntato: rappresentazione? Scelta della procedura risolutiva? ...)
- ❖ Inventare un problema per i vostri studenti che sia “matematicamente significativo”